

· 经济学研究 ·

# 经济学数学化的机理分析

张 真

(嘉应学院 财经系, 广东 梅州 514015)

**摘 要:** 经济学数学化是指经济分析中越来越多地运用了数学工具和数学语言。而今, 经济研究数学化的趋势使得运用数学方法研究经济问题的领域在不断拓展。为了使经济学在运用数学方法时不出现泛滥式纯粹数学形式的表达, 就需要分析研究经济学与数学相互融合的机理。

**关键词:** 经济学; 数学化; 机理; 分析

**中图分类号:** F011 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0964(2005)01-0033-03

经济学数学化是指经济分析中越来越多地运用了数学工具和数学语言。当今, 这种经济学数学化的倾向越来越明显。而经济学数学化的趋势使运用数学方法研究经济问题的领域也随之宽泛。2003年的诺贝尔经济学奖授予了美国经济学家罗伯特·恩格尔和英国经济学家克莱夫·格兰杰, 以表彰他们运用数学工具分析金融问题所取得的成果, 就是最好的说明。自从诺贝尔经济学奖创设以来, 利用数学工具分析经济问题的研究成果不断获奖。利用数学方法研究经济问题的领域也在不断拓展。尽管如此, 我们还应该看到数学与经济学, 无论从研究对象还是从研究方法上都是截然不同的。数学的基本概念是“数”和“形”, 数学是研究客观事物的数量关系和空间形式的科学。数学中的抽象符号和运算规则被引入经济学无疑使经济学研究别开生面。但为了使我们对经济学运用数学方法的过程有更深入的认识和理解, 不致在经济研究时对数学方法的错误使用和滥用, 或者仅限于纯粹的数学形式的表达, 搞清楚经济学与数学相互融合、相互渗透的机理就显得非常重要。本文就这方面的问题谈三点认识。

## 一、经济系统中可量化的各种依存关系是经济学数学化的客观基础

经济学数学化的内容之一是用数学工具和数学语言表述、论证、发展经济理论。20世纪经济学的许多重要发展都与此相关。亚当·斯密“看不见的手”的经济思想, 最终由迪布鲁运用拓扑论、集合论等现代数学工具给出了最完备的证明, 人类经济行为中最重要的问题之一是不确定与风险, 只有在运用了博弈论之后对不确定行为的分析才有了突破性进展。美国著名经济学家、诺贝尔经济学奖获得者沃西里·里昂惕夫所著《投入产出经济学》更是经济学数学化的一个典型范例, 是目前应用最广泛且经受住了实践检验的经济学数学化的突出成果。投入产出经济学(亦称投入产出分析)

是研究经济系统各个部门(产品)间表现的投入与产出的相互依存关系的经济数学模型。投入产出经济学中的“投入”, 是指经济活动过程中投入(消耗)的劳动对象、劳动资料和活劳动的数量, 即生产产品所需要的原材料、辅助材料、燃料、动力所占用的各种建筑物、机器设备等固定资产的损耗, 还有投入的劳动力, 支付的各种经营管理费用, 等等。所谓“产出”, 则是指通过从事经济活动所创造的、满足某种社会需要的产品数量及其分配使用的方向。如消费品生产行业为满足人们生活需要提供的各种日用消费品和耐用消费品, 生产资料行业为满足社会需要而生产的各种工具、机器、能源、原材料等产品, 服务行业为人们提供的各种劳务, 等等。投入产出经济学在研究经济系统中这种投入与产出相互依存关系时, 所运用的数学方法是线性代数。它的基本原理是将某一经济系统中各投入与产出之间的因果关系和相关关系通过一个线性方程组来描述, 然后计算直接消耗系数、完全消耗系数, 进而构建出了投入产出数学模型。

投入产出横行方向的数学模型为:

$$AX + Y = X, (I - Y)X = Y$$

投入产出纵列方向的数学模型为:

$$AcX + N = X, (I - Ac)X = N$$

公式中, A——直接消耗系数矩阵;

X——总产出列向量;

Y——最终使用列向量;

Ac——物系耗数矩阵;

N——最初投入向量;

I——与 A、Ac同阶的单位矩阵。

那么, 投入产出经济学为什么采用数学中的线性函数形式建立模型呢? 投入产出经济学与线性代数之间结合的机理是什么呢? 回答了这些问题, 经济学数学化的机理可略见一斑。

收稿日期: 2004-08-25

作者简介: 张 真(1957-), 男, 山西翼城人, 嘉应学院财经系副教授, 研究方向是统计学、投入产出分析。

我们知道,模型的数学形式是由模型的内容决定的,经济数学模型是人们对被研究的客观经济过程的数学抽象,是用数学方程式描述客观存在的经济现象之间的依存关系。经济问题中的数量关系是极其复杂的,经济范畴的定量化取决于一套可以定量测度的定性概念,才有可能用数学公式将概念之间的关系连接起来。投入产出经济学要研究生产过程中投入与产出的数量关系,实际生产过程中投入与产出的联系主要表现为国民经济各部门(产品)之间的相互消耗关系,这种相互消耗关系与部门(产品)产出之间存在一定的比例关系。一般来说,某一部门(产品)的产出量与生产过程中的投入量(消耗量)成正比例变动,即随着投入量的增大或缩小,产品的产出量以同样的比例增大或缩小,反之亦然。尤其是产品生产量与形成产品实体的原材料消耗量之间更明显的表现为这种比例关系。把投入与产出的这种联系反映在数学的解析图形上就是一条直线,故称之为“线性”,即产品生产量与投入要素之间的数量关系基本上属于正比例的线形关系,经济活动中的这种比例关系是投入产出经济学与数学方法结合的基础,同时也说明了投入产出经济学为什么采用线形函数形式的问题。国民经济中成千上万种产品和众多的部门,对每一个部门生产产品来说既需要投入其他部门的产品,来满足生产消耗,又必须生产出产品提供给其他部门使用,把各个部门的这种投入来源和产出去向排列在一张表格上,就构成了一张纵横交错的投入产出表,这张投入产出表是现实经济活动中的投入与产出依存关系的真实反映。有了投入产出表,就在经济学的理论和事实之间架起了一座名副其实的桥梁,从而也就建立起了投入产出的数学表达式。

按投入产出表水平方向的平衡关系建立的数学方程的简化形式为:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} + Y_i = X_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, n)$$

其中,  $X_{ij}$  为第  $i$  部门对第  $j$  部门的投入量,  $Y_i$  为第  $i$  部门提供的最终使用额,  $X_i$  为第  $i$  部门的总产品。

按投入产出表垂直方向的平衡关系建立的数学方程的简化形式为:

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} + N_j = X_j \quad (j=1, 2, 3, \dots, n)$$

其中,  $X_{ij}$  为第  $j$  部门对第  $i$  部门的消耗量,  $N_j$  为第  $j$  部门本期的增加值合计(最初投入合计),  $X_j$  为第  $j$  部门的总投入。

以上两个方程式是全国静态价值型投入产出表的数学描述,这是对复杂经济现象之间依存关系所进行的最简单的数学处理,但这种数学处理是有着一定客观依据的。其一是国民经济各部门既是投入的部门,又是必须产出的部门;其二是国民经济各部门的产出量与生产中的投入量存在比例关系;其三是作为投入与产出比例的直接消耗系数与作为变量的部门产出量构成了线性相关的函数式。可见,经济活动中投入与产出的依存关系是投入产出经济学与数学方法结合的客观基础。但是,数学上的关系式并不能完全符合实际经济活动中投入与产出的全过程,只是对实际经济活动关系的近似描述,这就决定了经济学中数学方法的运用还要有其

他的条件。

## 二、必要的假定是经济学数学化的条件

在运用数学方法对复杂的事物进行量的分析时,常常需要暂时撇开事物的质来考察量,或者把现实中量的关系加以简化,只是对它的典型情况或理想状态进行分析。正如物理学中研究气压、体积和温度三者的关系时,可以先在气压固定不变的情况下,确定体积与温度的函数关系,然后再让温度固定不变,确定气压与体积的函数关系,综合起来考察,就能从简单到复杂,从总体上掌握变动的规律。运用数学模型方法分析经济问题,或者经济问题的数学模型化,也同样离不开一定的假设条件,即先假定某些条件不变,或者抽象某些因素,在理想的情况下使问题简化,进而反映客观经济过程的主要特征。投入产出经济学是数学向经济学渗透的产物,是经济数学模型。这种数学模型虽然可以根据国民经济实际统计资料进行具体的数值计算,但是,投入产出数学模型的建立仍然是以下面必要的假定为条件的。(一)每一个生产部门只生产一种产品,即部门及产品之间存在着一一对应的关系,部门与产品这两个概念可以相互代用;(二)每一个部门只有一种生产方法,而且技术系数是不变的,即抽象了技术进步与劳动生产率提高的因素;(三)国民经济各部门投入与产出成正比,即各部门生产的产品(产出)越多,所需的各种消耗(投入)也越多,这个假设条件隐含着抽象了生产过程中的固定消耗因素。从这些假定条件里,我们可以领悟到经济学是怎样与数学方法结合的。这就是说,经济学中数学方法的运用,离不开一定的假定条件,它不是无条件地适用于任何场所,而是有条件地适用于特定的领域。要想使得这种结合更加适用,或者更加接近实际,用来反映更为复杂的经济问题,就必须逐步放松严格的假定条件,探索研究运用新的数学方法。当沃西里·里昂惕夫把他的投入产出数学模型从静态发展到动态时,动态模型起码在以下两点放松了原来的假定。一是动态模型考虑到投资产品的问题,解决了反映前行时期的投资产品与后续时期产品生产增长的数量联系(尽管还没有涉及固定资本的折旧);二是初步考虑到生产的时间延滞问题(尽管延滞还只假定为一年显得有点简单)。由于假定条件的放宽,在与数学方法的结合上也由原来的线性代数变为数学分析,即变量数学。投入产出经济学与数学分析结合为整体模型,主要采用微分方程和差分方程,投入产出经济学与微分方程、差分方程的结合是目前动态模型的常见形式。

在研究经济系统动态问题时,投入产出经济学除了与微分方程、差分方程结合建立模型外,还可以采用其他数学形式,诸如诺依曼模型、盖伊尔模型、大道定理模型中就运用了有关集合论、极值定理及最优控制等近代数学原理和方法。另外,经济现象中包括有许多随机事件和偶然联系,数学分支概率论和数理统计就是专门研究随机量的规律性和运算规则的数学方法,那么投入产出经济学同概率论和数理统计方法就有了结合的必要性。经济问题中还存在大量的模糊联系,模糊数学的出现,使得投入产出经济学与模糊数学的结合有了希望。

从以上扼要分析中可以得知,经济学与数学方法的结合有着宽广的前景,但是,这种结合无论是从线性代数到数学分析,还是从数学分析到概率论和数理统计以至模糊数学的运用都必须以客观经济活动实际为基础,以最初的基本假定为条件,一旦突破最初的基本假定,就标志着经济学数学化的重大发展与重要转折。一旦脱离了客观经济活动实际,就失去了经济学数学化的意义,这是毋庸置疑的道理。

### 三、经济学与数学相互融合、相互渗透、共同发展是经济学教学化的必然趋势

回顾 20 世纪经济学的发展历史,表明了经济学的重大进展都与数学化相关。同样,数学的发展不仅表现为量的积累,而且还表现为质的飞跃。从常量数学到变量数学,从必然数学到随机数学,从明晰数学到模糊数学,都是重大的突破,为我们研究和解决经济实际中的大量复杂问题提供了有力武器。从投入产出经济学发展的阶段来看,不同时期与不同的数学方法相结合反映和解决不同的经济问题。静态投入产出数学模型主要与数学中的线性代数相结合,而动态投入产出数学模型则是与数学中的微积分相结合。无论是线性代数,还是微积分都属于必然数学,在研究和解决经济实际中大量存在的偶然现象时,就显得无能为力了。当一个新的数学领域——随机数学(概率论与数理统计)产生之后,给投入产出经济学注入了新的生机,概率论和数理统计就是专门研究随机量的规律性和运算规则的数学方法。投入产出数学模型属于确定型模型,用来描述经济数量间的确定关系,表现出经济数量间的必然性。然而经济现象中许多随机事件和偶然联系表现为数量的偶然性,确定型方法与随机方法相互渗透、相互补充就能更全面地再现经济客体。它们结合的形式有两种,一是松散型,如投入产出模型的最后产品,直接消耗系数等外生量,采用回归分析等数理统计方法逐项预测,然后输入到模型中求解计算。二是整体型,如投入产出分析与多元回归方程结合为整体模型。近年来模糊数学与突变论的发展,使许多学者越来越注意到模糊数学在经济

分析中的重要意义。由于经济现象中大量的模糊数量和模糊联系,就需要研究经济学与模糊数学的结合问题,这是一个新课题。

从以上投入产出经济学的不断发展来看,每前进一步都伴随着新的数学方法的运用。这同时也表明,经济学要得到长足发展和不断完善,更具有科学性,还必须依赖于数学领域的不断开拓与数学方法的广泛结合。但是仅仅有数学手段还不够,单纯的数学形式化不是真正意义上的经济学数学化。这是因为在对投入产出经济学与数学相结合的机理分析中发现,经济学数学化的过程实际上是把极其复杂的经济现象用相对简单的数学模型加以描述。一方面要从客观经济实际出发,另一方面要有一些假定条件,前者是具体实际的,后者是抽象简化的。由于客观经济的复杂性和数学模型的抽象性,就决定了还有大量经济学问题正有待数学的进一步发展,有待经济学广泛运用数学方法才能更好地解决。而数学的进一步发展又成为向经济学渗透的不断源泉。经济学与数学不同学科的相互融合、相互渗透,带来的是共同发展与繁荣。

#### 参考文献:

- [1] 梁小民. 小民读书 [M]. 福州:福建人民出版社, 2001.
- [2] 沃西里·里昂惕夫. 投入产出经济学 [M]. 北京:商务印书馆, 1980.
- [3] 董乘章. 投入产出分析 [M]. 北京:中国财政出版社, 2000.
- [4] 史树中. 诺贝尔经济学奖与数学 [M]. 北京:清华大学出版社, 2003.
- [5] 程祖瑞, 张 真. 数学化的经济学是数量经济学发展的归宿 [J]. 郑州大学学报, 1999, (3): 60-64.

责任编辑:吉家友

## An analysis on the mathematicization mechanism of economics

ZHANG Zhen

(Department of Finance and Economics, Jiaying College, Meizhou 514015, China)

**Abstract:** Mathematics of economics refers to the increased application of mathematics in economic analysis. This tendency, becoming more and more obvious at present, makes extended the fields of economic issue research through mathematics. However, mathematics and economics are different in both research objective and research method. In order to evade the emergence of excessive or pure mathematical expression, the application of mathematics in economics research demands an analysis on the mutual permeation mechanism of economics and mathematics.

**Key words:** economics; mathematicization; mechanism; analysis